Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität II

1. In Teil I (Toth 2010) wurde von der folgenden relationentheoretischen Definition von Reziprozität ausgegangen:

$REC(x, y) := [(x, y) \wedge (y, x)]$.

D.h., zwei Objekte sind nur dann reziprok, wenn sie auf beide Paare (x,y) und (y, x) zutreffen, sonst nicht. Ist x = y, liegt der Grenzfall der Reflexivität vor.

2. Ist (a.b) die allgemeine Form eines Subzeichens, so ist also

$REC(a.b) = (a.b)^{\circ} = (b.a)$,

wobei Reflexivität natürlich auf die genuinen Subzeichen mit a = b (in der folgenden Matrix unterstrichen) zutrifft:

$$\begin{array}{ccc} \underline{1.1} & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & \underline{3.3} \end{array}.$$

3. Die Semiotik besitzt als 3-wertiges System 3 Negationen, eine „klassische“ (d.h. der 2-wertigen aristotelischen Logik korrespondieren):

$1 \leftrightarrow 2$

und zwei „nicht-klassische“

$2 \leftrightarrow 3$

$1 \leftrightarrow 3$.

Demnach sieht die klassische Negation der semiotischen Matrix wie folgt aus:

2.2 2.1 2.3

1.2 1.1 1.3

3.2 3.1 3.3.

Wenn wir wieder die Reziproken miteinander verbinden, haben wir

2.2 2.1 2.3

1.2 1.1 1.3

3.2 3.1 3.3.

4. Damit kommen wir auf unseren Vorschlag in Teil I zurück, semiotische Reziprozität durch mereotopologische Verbindungen (connections) zu definieren. Die elementaren Definitionen sind nach dem System von Cohn/Varzi (2003):

$$
\begin{array}{llll}
\mathrm{O}_\tau(x, y) & =_{\mathrm{df}} & \exists z(\mathrm{P}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{P}_\tau(z, y)) & x\ \tau\text{-overlaps}\ y \\
\mathrm{A}_\tau(x, y) & =_{\mathrm{df}} & \mathrm{C}_\tau(x, y) \wedge \neg \mathrm{O}_\tau(x, y) & x\ \tau\text{-abuts}\ y \\
\mathrm{E}_\tau(x, y) & =_{\mathrm{df}} & \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \mathrm{P}_\tau(y, x) & x\ \tau\text{-equals}\ y \\
\mathrm{PP}_\tau(x, y) & =_{\mathrm{df}} & \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \neg \mathrm{P}_\tau(y, x) & x \text{ is a proper } \tau\text{-part of } y \\
\mathrm{TP}_\tau(x, y) & =_{\mathrm{df}} & \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \exists z(\mathrm{A}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{A}_\tau(z, y)) & x \text{ is a tangential } \tau\text{-part of } y
\end{array}
$$

Wie man erkennt, sind O und A sowie E und PP sozusagen „gegengerichtete“ Definitionen, d.h. gewisse Mengenverhältnisse kehren sich um. Dabei deckt sich die Überlappung nicht mit dem mengentheoretischen Begriff des „Schnitts“, vgl. die 4 Möglichkeiten der O-Relation im nachfolgenden elementaren System von Aurnague/Vieux/Borillo (1997):

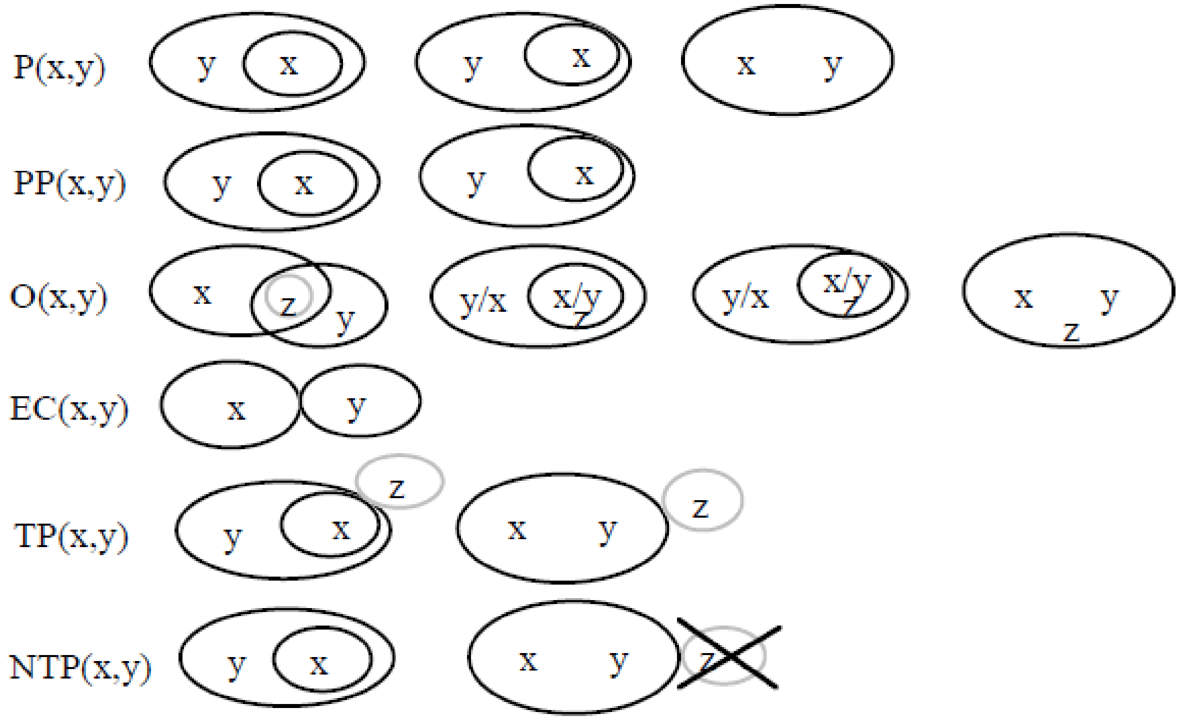

Figure 2

Setzen wir nun für die 5 Definitionen von Cohn und Varzi (2003) x = 2. und y .3 ein, dann bekommen wir

$O(2.3) = \exists z(P(z, 2.) \wedge P(z, .3)\ )z \in \{1, 2, 3\})$

$A(2.3) = C(2.3) \wedge \neg\, O(2.3) = C(2.3) \wedge \neg\, [\exists z(P(z, 2.) \wedge P(z, .3)]$

$E(2.3) = P(2.3) \wedge P(3.2)$

$PP(2.3) = P(2.3) \wedge \neg\, P(3.2)$

$TP(2.3) = P(2.3) \wedge \exists z(A(z, 2.) \wedge A(z, .3))$

In Sonderheit erfüllt also E die Definition der Reziprozität (wie bereits in Teil I vermutet). Reziprozität ist dann klar ausgeschlossen, wenn PP vorliegt, d.h. wenn die beiden für REC vorausgesetzten Objekte eines im anderen enthalten sind (und nicht etwa dann, wenn sie identisch sind, da in diesem Fall per def. der reziproke Grenzfall der Reflexivität vorliegt). Vgl. dazu den Kontrast *Sein_i Mund beisst den Hund_i vs. Der Hund beisst sich (selbst) vs. *Der Hund beisst einander.

Bibliographie

Aurnague, Michel, Laure Vieu & Andrée Borillo, La représentation formelle des concepts spatiaux dans la langue. In: M. Denis (ed.) Langage et cognition spatiale. Paris 1997, S. 69-102

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2010)

30.12.2010